BASİT EŞİTSİZLİKLER

- $a>b$, $a<b$, $a \geq b$ veya $a \leq b$ şeklindeki ifadelere **eşitsizlik** adını veriyoruz.

- Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenir yada çıkarılırsa eşitsizliğin yönü değişmez.

$-4 \leq x < 2 \Rightarrow -4+3 \leq x+3 < 2+3$

$-1 \leq x+3 < 5$

- Bir eşitsizliği pozitif bir sayı ile çarpar yada bölersek yön değişmez, negatif bir sayı ile çarpar ya da bölersek yön değişir.

$-4<x<5 \Rightarrow {}^{3}/\ -4<x<5 \Rightarrow -12<3x<15$

$-2<x<4 \Rightarrow {}^{-2}/\ -2<x<4 \Rightarrow -8<-2x<4$

- $a<b$ iken $c>0 \Rightarrow a.c < b.c$

  $c<0 \Rightarrow a.c > b.c$

- $a^2<a \Rightarrow 0<a<1$ dir.

- $a<a^2 \Rightarrow a<0$ ya da $a>1$ dir.

- $a^2<-a \Rightarrow -1<a<0$ dır.

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

$-4<x<5$
$3<y<10$
$+$
$-1<x+y<15$

$-5<x\leq 3$
$-7\leq y\leq 2$
$+$
$-12<x+y\leq 5$

:) $<$ + $<$ = $<$; $\leq$ + $<$ = $<$; $\leq$ + $\leq$ = $\leq$

- $[a,b] \rightarrow$ (a ve b dolu noktalı sayı doğrusu)

  $[a,b) \rightarrow$ (a dolu, b boş noktalı sayı doğrusu)

  $(a,b) \rightarrow$ (a ve b boş noktalı sayı doğrusu)

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çıkarılamaz. Öncelikle eşitsizliklerden biri (−) ile çarpılarak toplamaya dönüştürülür.

$-4<x<5$
$-2<y<4 \Rightarrow x-y$ nin bulunması için y li eşitsizlik (−) ile çarpılarak toplamaya dönüştürülür.

$-4<x<5$
${}^{-1}/\ -2<y<4 \Rightarrow$
$-4<x<5$
$-4<-y<2$
$+$
$-8<x-y<7$

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çarpılamaz. Çarpma yapılırken uç sınırlar birbiri ile çarpılarak en büyük ve en küçük değeri bulunur.

$-4<x<7$
$-15<y<-8 \Rightarrow x.y$ nin bulunması için sınırlar birbiri ile çarpılır,

$\underbrace{+60}_{\text{en büyük}}$, $+32$, $\underbrace{-105}_{\text{en küçük}}$, -56

$-105 < x.y < 60$

- Eşitsizliklerin kuvveti alınırken üç durum söz konusudur.

⇒ Her iki taraf (+) iken ister tek, ister çift kuvveti alınsın, hiç bir değişiklik olmaz.

$2<x<3 \Rightarrow 4<x^2<9$

$2\leq x<3 \Rightarrow 8\leq x^3<27$

⇒ Her iki taraf (-) ise tek kuvvet alınırken hiç bir değişiklik olmaz, çift kuvveti alınırsa yön değiştirilir.

$-3 < x < -1 \Rightarrow -27 < x^3 < -1$

$-4 \leq x < -2 \Rightarrow -64 \leq x^3 < -8$

$-4 \leq x < -2 \Rightarrow 4 < x^2 \leq 16$

⇒ Bir taraf pozitif, bir taraf negatif ise tek kuvvetlerde değişiklik olmaz, çift kuvvetlerde alt sınır daima sıfıra eşit ve büyük, üst sınır ise sınırlardan çift kuvveti daha büyük olandır.

$-4 < x < 3 \Rightarrow -64 < x^3 < 27$

$-4 < x < 3 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 16$

$-4 \leq x < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 25$

$-2 < x \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 36$

1) $3 < x < 10$ iken $4x-3$ ifadesinin en büyük tam sayı değeri nedir?

$4 / \; 3 < x < 10 \Rightarrow 12 < 4x < 40$

$9 < 4x-3 < 37$

↳ en fazla 36

2) x bir tam sayı ve $3 < x < 10$ iken $4x-3$ ifadesinin en büyük tam sayı değeri nedir?

:) Sorunun başında x in bir tam sayı olduğu belirtildiği için değer verilerek yapılır.

$4x-3 = 36-3 = 33$ (en fazla)

↓ 9

3) $3x+2 \leq 2x+5 < 3x+6$ eşitsizliklerini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

$3x+2 \leq 2x+5$ ya da $2x+5 < 3x+6$

$x \leq 3$ $\qquad -1 < x$

$-1 < x \leq 3$

↳ $\{0, 1, 2, 3\}$

4 tanedir.

4) $-5 < \frac{2a-4}{4} < 3$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

$-20 < 2a-4 < 12$

$-16 < 2a < 16$

$-8 < a < 8$

↳ $\{-7, -6, \ldots, 6, 7\}$

15 tanedir.

5) $-3 < a \leq 5$ ve $3a-2b=1$ olduğuna göre b hangi aralıkta değer alır?

$3a-2b=1 \Rightarrow a = \frac{1+2b}{3}$

$-3 < \frac{1+2b}{3} \leq 5$

$-9 < 1+2b \leq 15$

$-10 < 2b \leq 14 \Rightarrow -5 < b \leq 7 \Rightarrow (-5, 7]$

6) $x+2y-12=0$ ve $1 < y < 4$ ise x hangi aralıkta değer alır?

$x+2y-12=0 \Rightarrow y = \frac{12-x}{2}$

$1 < \frac{12-x}{2} < 4$

$2 < 12-x < 8$

$-10 < -x < -4 \Rightarrow$ her iki taraf (-1)e bölünür.

$4 < x < 10 \quad (4, 10)$

7) $-2 < x < 5$
$4 < y < 9$ ise $3x-5y$ nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$3 / -2 < x < 5 \Rightarrow -6 < 3x < 15$
$-5 / 4 < y < 9 \Rightarrow -45 < -5y < -20$
$+$
$-51 < 3x-5y < -5$
↓
-6

8) x ve y birer tam sayıdır.

$-2 < x < 5$
$4 < y < 9 \Rightarrow 3x-5y$ nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$3x-5y = 12-25 = -13$ (en büyük)
↓ ↓
4 5

9) x ve y birer reel sayıdır.

$-2 < x < 5$
$4 < y < 9$ ise $3x-5y$ nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

:) Hiç bir şey belirtmemesi ile reel sayı demesi aynı şeydir.
Cevap: -6

10) a ve b gerçel sayılardır.
$-4 < a \leq 7$
$-3 \leq b < 13$ ise $2a-b$ nin en büyük tam sayı değeri nedir?

$-8 < 2a \leq 14$
$-13 < -b \leq 3$
$+$
$-21 < 2a-b \leq 17$
↓
17

11) x ve y birer reel sayıdır.
$-4 < x < 3$
$-1 < y < 5$ ise $x-3y$ nin alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$-4 < x < 3$
$-15 < -3y < 3$
$+$
$-19 < x-3y < 6$
↓
-18

12) $-3 < x \leq 4$
$2 \leq y < 5$ ise x^2+y^2 nin en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı nedir?

$0 \leq x^2 \leq 16$
$4 \leq y^2 < 25$
$+$
$4 \leq x^2+y^2 < 41$
↓ ↓
4 40 $4+40=44$

13) x ve y birer reel sayıdır.

$-3 < x < 7$
$-1 < y < 3$ ise x^2+y^3 ün alacağı en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı nedir?

$0 \leq x^2 < 49$
$-1 < y^3 < 27$
$+$
$-1 < x^2+y^3 < 76$
↓ ↓
$0 + 75 = 75$

14) $a^2 < a$ ve $7a+2b=3$ ise b hangi aralıkta değer alır?

$a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1$

$a = \frac{3-2b}{7}$

$0 < \frac{3-2b}{7} < 1 \Rightarrow 0 < 3-2b < 7$

$-3 < -2b < 4$

$-2 < b < \frac{3}{2}$

$(-2, \frac{3}{2})$

15) $a^2 < -a$ ve $3a-2b=5$ ise b hangi aralıkta değer alır?

$a^2 < -a \Rightarrow -1 < a < 0$

$a = \frac{5+2b}{3}$

$-1 < \frac{5+2b}{3} < 0 \Rightarrow -3 < 5+2b < 0$

$-8 < 2b < -5$

$-4 < b < -5/2$

$(-4, -\frac{5}{2})$

16) $(\frac{3}{2})^{5x-6} > (\frac{2}{3})^{2x-8}$ olduğuna göre x in alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$(\frac{3}{2})^{5x-6} > (\frac{3}{2})^{-2x+8}$

$5x-6 > -2x+8$

$7x > 14$

$x > 2$

↓

③

17) $a^3 \cdot b^2 < 0$

$b^3 \cdot c^4 < 0$

$a^3 \cdot c^5 < 0$ olduğuna göre a, b, c nin işaretleri sırasıyla ne olmalıdır?

$(-, -, +)$

18) $a \cdot b^5 \cdot c^4 < 0$

$a \cdot c > 0$

$a \cdot b^6 < 0$ olduğuna göre a, b, c nin işaretleri sırasıyla nedir?

$(-, +, -)$

19) $a \cdot b^3 \cdot c^4 > 0$

$a^5 \cdot b^4 \cdot c^2 < 0$

$a \cdot b \cdot c > 0$ ise a, b, c nin işaretleri sırasıyla ne olmalıdır?

$(-, -, +)$

20) x bir reel sayı olmak üzere $-2 < x < 7$ ise $x^2-8x+11$ ifadesinin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$x^2-8x+11+5-5 = (x-4)^2-5$

önce $(x-4)$ oluşturulmalı, sonra karesi alınmalı ve 5 çıkarılmalı

$-2 < x < 7 \Rightarrow -6 < x-4 < 3$

$0 \leq (x-4)^2 < 36$

$-5 \leq (x-4)^2-5 < 31$

↓

㉚ en büyük tam sayı